Universidad de Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Grao en Enxeñaría Informática
Campus de Ourense
E-32004 Ourense

Tel. 988 368 766
cotos@uvigo.es

Boletín del Tema 2: Principales Variables Aleatorias
Materia - Estatística. 2º Curso

1. Suponiendo que la probabilidad de que un niño que nace sea varón es 0.45, hallar la probabilidad de que una familia de 6 hijos tenga
   (a) por lo menos una niña.
   (b) por lo menos un niño.
   (c) por lo menos dos niños y una niña.

2. En cada uno de los siguientes apartados se describe una variable aleatoria. Decir en cada caso si la variable es binomial o no. Si la variable es binomial determinar los valores numéricos de n y p. Si la variable no es binomial, ¿cuál de los supuestos de la binomial se contradice?
   (a) Tres amigos entran en un bar donde beben más de la cuenta. Al ir a recoger sus abrigos para salir a la calle no se encuentran demasiado bien y cada uno coge al azar uno de los tres abrigos sin preocuparse de si es el suyo. Sea X el número de amigos que llevan su abrigo.
   (b) Un alumno contesta al azar a ocho preguntas de un examen tipo test. Cada pregunta tiene 4 opciones. Sea X el número de preguntas contestadas correctamente.
   (c) Una pareja se ha propuesto tener una hija. Decide continuar teniendo hijos hasta que nazca una hija, momento en el que ya no tendrán más. X es el número de hijos (varones) nacidos antes del nacimiento de la primera hija.
   (d) Una persona cubre al azar una quiniela (14 partidos). Sea X el número de aciertos.

3. Un lepidopterista desea capturar un ejemplar de una clase de mariposas que se encuentra con un porcentaje del 15%. Halla la probabilidad de que tenga que cazar 10 mariposas que no sean de la clase deseada antes de encontrar un ejemplar de la clase deseada. Calcula la probabilidad anterior en el supuesto de que quiera encontrar tres ejemplares.

4. Una planta armadora recibe microcircuitos provenientes de tres distintos fabricantes B1, B2 y B3. El 50% del total se compra a B1, mientras que a B2 y B3 se les compra un 25 % a cada uno. El porcentaje de circuitos defectuosos para B1, B2 y B3 es 5, 10 y 12% respectivamente. Si los circuitos se almacenan en la planta sin importar quién fue el proveedor:
   (a) Si un circuito no está defectuoso, ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido vendido por el proveedor B2? Y si es defectuoso, ¿cuánto vale esa probabilidad?
   (b) Si la planta armadora decide cambiar de proveedores, en el momento que reciba 20 circuitos defectuosos. Calcular el número medio de circuitos recibidos hasta cambiar de proveedores. ¿Qué distribución crees que sigue esta variable aleatoria? Razona tu respuesta.

5. La política de una compañía de aviación es vender más billetes que la capacidad real del avión (overbooking aéreo). Supongamos que la capacidad de un avión es de 95 plazas y que la compañía vende 100 billetes en total a 100euros cada uno. Si la probabilidad de que un pasajero no se presente en la puerta de embarque es de 0.05.
   (a) ¿Cuál es la probabilidad de que todos los viajeros suban al avión?

Universidade Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Grao en Enxeñaría Informática
Campus de Ourense
E-32004 Ourense

Tel. 988 368 766
cotos@uvigo.es

(b) Si siempre se venden todos los billetes, ¿cuál es la ganancia esperada cuando la *recompensa* para los pasajeros que no vuelan es del doble del precio del billete?

(c) Y por lo tanto, ¿cuál es la ganancia media por avión al usar el overbooking aéreo con respecto a la venta de las plazas disponibles?

6. Una empresa se dedica a la producción de planchas de acero. Se ha observado que el número de defectos por plancha sigue una distribución de Poisson de media 3.

   (a) ¿Qué porcentaje de planchas presentará algún defecto?

   (b) En un pedido de 8 planchas ¿cuál es la probabilidad de que 7 presenten algún defecto?

   (c) Se seleccionan planchas hasta que se obtienen 2 sin defectos, ¿cuántas planchas se han de seleccionar por término medio para encontrar la segunda sin defectos?

   (d) En un pedido de 100 planchas ¿cuál es la probabilidad de que como mucho 7 no presenten defectos?

7. El número de vehículos que llegan a una estación de servicio sigue una distribución de Poisson. Cada hora se registran por término medio 30 llegadas. Determina la probabilidad de que:

   (a) En 20 minutos se produzcan como mínimo tres solicitudes de servicio.

   (b) En un minuto lleguen como máximo dos coches.

   (c) Tiempo medio transcurrido entre dos llegadas consecutivas.

   (d) Pase más de un minuto entre dos llegadas consecutivas.

8. Los procesos que llegan a una CPU en una hora siguen un modelo de Poisson de forma independiente. El número medio de procesos por hora es de 3. Calcular:

   (a) Probabilidad de que llegue algún proceso durante una hora.

   (b) Número medio de procesos por día.

   (c) Sabiendo que como mínimo llega un proceso a la CPU por hora, ¿calcular la probabilidad de que el número de procesos sea menor que 2 por hora?

   (d) Número medio de procesos por hora que llegan a una CPU condicionado a que llegó alguno.

9. Sea X una v. aleatoria de Poisson que mide el número de intentos diarios en la conexión telefónica de un ordenador a un cierto portal de Internet. El número medio de intentos es de 3.

   (a) Probabilidad de que X sea mayor o igual que 3.

   (b) Si el número de conexiones para acceder al portal es mayor o igual que 3. Calcular la probabilidad de que un usuario realice más de 4.

   (c) Si Y sigue una *Poisson(2)* independiente de X, calcular la $P(X + Y > 2)$.

10. Una compañía de suministro de electricidad ha determinado que el consumo, medido en Kw/h, de una vivienda familiar durante un mes, sigue una distribución normal de media 300 y desviación típica 50.

    (a) Calcula la probabilidad de que una familia consuma menos de 245 Kw/h en un mes.

    (b) En un edificio con 20 viviendas familiares, ¿cuántas de ellas por término medio consumirán más de 245 Kw/h al mes?

UniversidadeVigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Grao en Enxeñaría Informática
Campus de Ourense
E-32004 Ourense

Tel. 988 368 766
cotos@uvigo.es

(c) En una comunidad de vecinos con 60 viviendas ¿cuál es la probabilidad de que al menos 54 consuman más de 245 Kw/h al mes?

11. El tiempo, en horas diarias, que una persona dedica a ver la televisión es una variable aleatoria normal con media 1.5 y varianza 0.2. Calcula:

    (a) La probabilidad de que una persona elegida al azar vea la televisión más de dos horas diarias

    (b) La probabilidad de que entre 50 personas, más de la mitad vean la televisión menos de dos horas diarias.

    (c) ¿A cuántas personas deberemos preguntar, por término medio, para encontrar a una que vea la televisión más de dos horas diarias?

12. Un servicio de reparto de pizzas garantiza que el tiempo que tarda en servir un pedido sigue una distribución normal con media 20 minutos y desviación típica 4 minutos.

    (a) ¿Cuál es la probabilidad de que un pedido tarde en ser servido entre 16 y 25 minutos?

    (b) ¿Entre qué tiempos está el 95% central de los repartos?

    (c) El servicio no se cobra si el reparto tarda más de 30 minutos. Durante cinco días consecutivos un cliente va a realizar un pedido. ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga al menos una pizza gratis?

    (d) Durante un día la empresa sirve 1000 pizzas. Calcula la probabilidad de que en un día tenga que regalar 9 pizzas o más.

13. El tiempo de vida de un ordenador es una v.a. distribuida normalmente con media 6.4 años y varianza 2.3. Calcular el Rango Intercuartílico. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina dure por lo menos 5 años? ¿y qué 5 ordenadores de 8, que funcionan independientemente, duren por lo menos 5 años? Dado que un ordenador en particular tiene 5 años, ¿cuál es la probabilidad de que dure 3 años más?

14. Los Servicios Secretos de Inteligencia de la Delegación de Alumnos(S.S.I.D.A.) ha averiguado que la distribución de las calificaciones de los próximos exámenes de Junio y Septiembre de una misma asignatura son $N(5,1)$ y $U(5-\sqrt{3}, 5+\sqrt{(3)})$, también averiguan que el profesor de la asignatura tiene pensado suspender al 40% de los alumnos presentados, 'independientemente de la nota que saquen'. Basándose únicamente en esta información, si un determinado alumno solo se puede presentar a una de las dos convocatorias, ¿a cuál se debe presentar?

15. La cantidad de naranjas que se recogen en una plantación durante una semana es una variable aleatoria que sigue una distribución normal de media 200kg y desviación típica 20kg. Calcula:

    (a) Probabilidad de que en una semana se recojan menos de 210 kilos de naranjas.

    (b) Número esperado de semanas al año en las que se recogen más de 210 kilos.

    (c) ¿Cuántas semanas pasarán por término medio hasta conseguir una recolección de más de 200 kilos en una semana?

    (d) Probabilidad de que pasen más de 6 semanas con una recolección inferior a 210 kilos por semana, hasta encontrar 3 semanas con una recolección de más de 210 kilos por semana.

16. Se sabe que el tiempo en horas que se tarda en realizar cierto examenes una variable aleatoria que sigue una distribución exponencial de media 1.5.

Universidade Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa
Grao en Enxeñaría Informática
Campus de Ourense
E-32004 Ourense
Tel. 988 368 766
cotos@uvigo.es

(a) ¿cuál es la probabilidad de que el examen dure menos de 2 horas?

(b) Si al examen se presentan 10 personas, ¿cuál es la probabilidad de que más de dos personas empleen más de 2 horas en realizarlo?

(c) Si al examen se presentan 200 personas, ¿cuál es la probabilidad de que no más de 75 personas empleen más de 2 horas en realizarlo?

17. Se ha comprobado que la probabilidad de tener un individuo los ojo marrones es 0.6. Sea X la variable aleatoria que representa el nº de individuos que tienen los ojos marrones de un grupo de 1100 . Calcular $P(X > 680)$ y $P(X = 680)$

18. En el siguiente código de un programa en C,

```
///////////////////////////////
// Variable de interés nº de veces que se ejecuta S
j =0 ;
while (!B)
{
  S;
  j++;
}
printf(j);
///////////////////////////////
```

la expresión 'boolean' **B** toma el valor 'verdadero' con probabilidad p. Si cada comprobación de **B** es independiente de las anteriores,

(a) ¿cuál es la función de masa de probabilidad del número de veces que se ejecuta el grupo de instrucciones **S** del bucle?

(b) Si $p = 0.82$, calcular el número medio de veces que se ejecutará **S**.

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que se ejecute **S** seis veces? Si en las dos primeras pasadas se ejecutó **S**, ¿cuál es ahora la probabilidad de que se ejecute **S** seis veces más?

(d) Basándonos en la distribución anterior, dar la distribución de código

```
///////////////////////////////
// Variable de interés nº de veces que se ejecuta S
k =0 ;
do
{
  S;
  k++;
}
while (!B);
printf(k);
///////////////////////////////
```

(e) Nuevamente dar la distribución de probabilidad del código con $n = 8$

```
///////////////////////////////
// Variable de interés nº de veces que se ejecuta S
```

Departamento de Estatística e Investigación Operativa
Grao en Enxeñaría Informática
Campus de Ourense
E-32004 Ourense
Tel. 988 368 766
cotos@uvigo.es

```
m=0;
for (i=0;i<n;i++)
  if (!B)
    {
    S;
    m++;
    }
printf(m)
///////////////////////////////
```

19. La probabilidad de error en la transmisión de un dígito binario en un canal de comunicación es 10^{-2}. ¿Cuál es la probabilidad de obtener más de 15 errores cuando se transmite un bloque de 1000 dígitos binarios? Suponer independencia en la transmisión de los dígitos. Obtener la probabilidad anterior teóricamente y usando la aproximación a la distribución normal con corrección de continuidad. ¿Cuántos dígitos hay que enviar para que dicha probabilidad sea menor que 0.01? Razonar detalladamente todos los pasos.

20. El tiempo de respuesta (en segundos) de un ordenador a un mensaje enviado desde un terminal sigue una distribución exponencial de parámetro λ, y se sabe que el tiempo de respuesta del 90% de los mensajes es menor o igual a 15 segundos. Calcular:

    (a) El parámetro de interés.

    (b) El tiempo medio de respuesta y la desviación típica del mismo.

    (c) La probabilidad de que el tiempo de respuesta esté entre 5 y 15 segundos.

    (d) Suponiendo que en los 15 primeros segundos no se obtuvo respuesta, ¿cuál es la probabilidad de obtenerla en los 10 segundos siguientes?