

Claro, aquí tienes una **chuleta compacta** con todas las fórmulas y conceptos básicos que necesitas para trabajar con señales senoidales como las de tu ejercicio, incluyendo amplitud, frecuencia, desfases, conversiones y desplazamientos temporales.

Chuleta de fórmulas y conceptos para señales senoidales

1. Forma general de una señal sinusoidal

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi) \quad x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

- A = Amplitud (máximo valor absoluto de la señal)
 - ω = Frecuencia angular (radianes por segundo)
 - t = Tiempo (segundos)
 - ϕ = Fase inicial (radianes)
-

2. Relación entre frecuencia angular ω y frecuencia en Hertz f

$$\omega = 2\pi f \Leftrightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \quad \omega = 2\pi f \Leftrightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$$

- ω en rad/s
 - f en ciclos por segundo (Hz)
-

3. Desfase y retardo temporal

- Una señal con desfase ϕ :

$$\sin(\omega t + \phi) \quad \sin(\omega t + \phi)$$

- Es equivalente a una señal retardada en el tiempo si

$$\phi = -\omega t_d \Rightarrow \sin(\omega t - \omega t_d) = \sin[\omega(t - t_d)] \quad \phi = -\omega t_d \quad \Rightarrow \quad \sin(\omega t - \omega t_d) = \sin[\omega(t - t_d)]$$

- Entonces

$$t_d = -\phi / \omega \quad t_d = -\frac{\phi}{\omega}$$

(es un retardo si $t_d > 0$, adelanto si $t_d < 0$)

4. Suma de señales senoidales

Si tienes

$$x(t) = \sum_i A_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \quad x(t) = \sum_i A_i \sin(\omega_i t + \phi_i)$$

Cada término tiene:

- Amplitud A_i
- Frecuencia angular ω_i
- Fase ϕ_i

El espectro de frecuencia está formado por los pares (ω_i, A_i) y las fases ϕ_i .

5. Conversiones y ejemplos típicos

- Si $\omega = 2\pi$, entonces $f = 1$ Hz (1 ciclo por segundo)
- Si $\omega = 6\pi$, entonces $f = 3$ Hz

6. Cambios de amplitud y distorsión

- Multiplicar la señal por un factor k :

$$x(t) \rightarrow k \cdot x(t) \quad \text{to } k \cdot x(t)$$

cambia la amplitud $A \rightarrow kA$ to $k \cdot A$.

- Cambios distintos en cada armónico producen **distorsión armónica de amplitud**.

7. Fórmulas útiles para desfases y retardos en señales compuestas

- Para una señal compuesta

$$x(t) = \sin(w_1 t) + \sin(w_2 t) \quad x(t) = \sin(w_1 t) + \sin(w_2 t)$$

- Una señal retardada t_d es

$$x(t - t_d) = \sin(w_1(t - t_d)) + \sin(w_2(t - t_d)) = \sin(w_1 t - w_1 t_d) + \sin(w_2 t - w_2 t_d) \quad x(t - t_d) = \sin(w_1(t - t_d)) + \sin(w_2(t - t_d)) = \sin(w_1 t - w_1 t_d) + \sin(w_2 t - w_2 t_d)$$

8. Espectro de frecuencia

- Representa las frecuencias presentes y sus amplitudes:

Frecuencia angular ω_i (rad/s)	Frecuencia f_i (Hz)	Amplitud A_i	Fase ϕ_i (rad)
w_1	$f_1 = w_1 / 2\pi$	A_1	ϕ_1
w_2	$f_2 = w_2 / 2\pi$	A_2	ϕ_2

¿Quieres que te haga una tabla lista para copiar o una chuleta más visual con ejemplos?

1. Para $-\cos(2t + 4\pi)$:

Usamos que:

$$-\cos(\theta) = \cos(\theta + \pi)$$

Así que

$$-\cos(2t + 4\pi) = \cos(2t + 4\pi + \pi) = \cos(2t + 5\pi)$$

2. Para $-\sin(2t + 4\pi)$:

Usamos que:

$$-\sin(\theta) = \sin(-\theta)$$

Así que

$$-\sin(2t + 4\pi) = \sin(-(2t + 4\pi)) = \sin(-2t - 4\pi)$$

3a) ¿A qué crees que se refiere la expresión “distorsión armónica de fase”?

- Se refiere a que las diferentes componentes en frecuencia (armónicos) de una señal sufren **diferentes retardos o desplazamientos de fase** cuando pasan por un sistema o filtro.
- Esto significa que no todas las frecuencias son retrasadas igual en el tiempo, lo que altera la forma original de la señal porque cambian las relaciones de fase entre armónicos.
- En otras palabras, la señal se distorsiona no por cambio en amplitud, sino porque la fase de las distintas frecuencias cambia de manera no uniforme.

3b) ¿Qué caracteriza a un filtro de Bessel? ¿Tienen alguna utilidad práctica frente a otros tipos de filtros?

- Un filtro de Bessel se caracteriza principalmente por tener una **respuesta en fase lineal**, es decir, introduce un retardo constante para todas las frecuencias dentro de su banda útil.
- Esto implica que la señal que pasa por el filtro sufre un **retraso uniforme**, sin distorsión de fase.
- La utilidad práctica es que **preserva la forma temporal de la señal**, algo fundamental en aplicaciones donde la forma de onda es crítica (audio, video,

señales digitales, pulsos).

- En cambio, otros filtros (Butterworth, Chebyshev) pueden tener mejor atenuación fuera de banda, pero distorsionan la fase y deforman la señal temporalmente.

4b) ¿A qué se refiere la expresión “distorsión armónica de amplitud”?

- Se refiere a que las distintas componentes en frecuencia de una señal son amplificadas o atenuadas de forma diferente.
- Esto cambia la relación original de amplitudes entre armónicos, lo que altera la forma de la señal en el dominio temporal.
- En resumen, la señal se “deforma” porque el balance entre las frecuencias ha cambiado.

4c) ¿Es un problema que un filtro no tenga ganancia constante en su banda de paso? ¿Por qué?

- Sí, puede ser un problema.
- Si la ganancia varía dentro de la banda de paso, algunas frecuencias se amplifican o atenúan más que otras.
- Esto provoca distorsión armónica de amplitud, que cambia la forma original de la señal.
- En aplicaciones donde la fidelidad de la señal es importante (audio, vídeo, señales digitales), esta distorsión puede degradar la calidad o la interpretación correcta.
- Por eso, en esos casos se prefieren filtros con ganancia plana en la banda de paso (filtros “de ganancia constante”).

Vamos con las preguntas **b), c) y d)** sobre filtros básicos y sus características.

b) Tipos básicos de filtros según las frecuencias que permiten o bloquean

Existen **4 tipos básicos de filtros ideales** en función del rango de frecuencias que dejan pasar o bloquean:

Tipo de filtro	Qué deja pasar	Qué bloquea
Filtro pasa bajos	Frecuencias bajas (hasta f_{c_c})	Frecuencias altas (mayores que f_{c_c})
Filtro pasa altos	Frecuencias altas (a partir de f_{c_c})	Frecuencias bajas (menores que f_{c_c})
Filtro pasa banda	Frecuencias dentro de una banda específica $[f_1, f_2][f_{_1}, f_{_2}]$	Frecuencias fuera de esa banda
Filtro rechazo banda (elimina banda)	Todas las frecuencias excepto las de una banda $[f_1, f_2][f_{_1}, f_{_2}]$	Sólo bloquea la banda específica

Respuesta en frecuencia ideal: magnitud y fase

Para un filtro ideal la magnitud y fase típicas son:

Filtro	Magnitud $ H(f) $	Fase $\arg(H(f))$
Pasa bajos	1 para $f \leq f_c$, 0 para $f > f_c$	Lineal con f en banda de paso; arbitraria fuera
Pasa altos	0 para $f < f_c$, 1 para $f \geq f_c$	Igual que pasa bajos
Pasa banda	1 para $f_1 \leq f \leq f_2$, 0 fuera	Igual que pasa bajos en banda de paso
Rechaza banda	0 para $f_1 \leq f \leq f_2$, 1 fuera	Igual que pasa bajos fuera de banda de rechazo

Nota: La fase ideal en la banda de paso suele ser lineal con la frecuencia para evitar distorsión temporal, pero puede variar fuera de banda.

c) ¿Qué es la banda de paso de un filtro?

- Es el **intervalo o conjunto de frecuencias** para las que el filtro **deja pasar las señales con mínima o ninguna atenuación** (magnitud cercana a 1).
- Por ejemplo, en un filtro pasa bajos, es el rango de frecuencias desde 0 Hz hasta la frecuencia de corte f_{c_c} .

d) ¿Qué es la banda prohibida de un filtro?

- Es el **intervalo o conjunto de frecuencias** para las que el filtro **bloquea o atenúa fuertemente las señales** (magnitud cercana a 0).
- En un filtro pasa bajos, esta banda prohibida son las frecuencias mayores que f_{c_c} .

Resumen visual

Concepto	Definición
Banda de paso	Rango de frecuencias que el filtro permite pasar sin atenuación significativa
Banda prohibida	Rango de frecuencias que el filtro bloquea o atenúa mucho

1. De módulo a decibelios (dB)

$$A_{dB} = 20 \log_{10} (|H(f)|)$$

- A_{dB} : atenuación o ganancia en decibelios (dB)
- $|H(f)|$: módulo (valor lineal) de la respuesta en frecuencia (entre 0 y 1 normalmente)

2. De decibelios (dB) a módulo

$$|H(f)| = 10^{\frac{A_{dB}}{20}}$$

- A_{dB} suele ser negativo para atenuación (p. ej., -60 dB)
- Esta fórmula da el valor lineal del módulo correspondiente.

/A y Fourier 40 ▾

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t))$$

Donde:

- $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$: frecuencia angular fundamental
- T : periodo de la función

📊 ¿Cómo se calculan los coeficientes?

1. Coeficiente a_0 (valor medio):

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt$$

2. Coeficientes a_n (coseno):

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cdot \cos(n\omega_0 t) dt$$

3. Coeficientes b_n (seno):

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cdot \sin(n\omega_0 t) dt$$

Ask anything



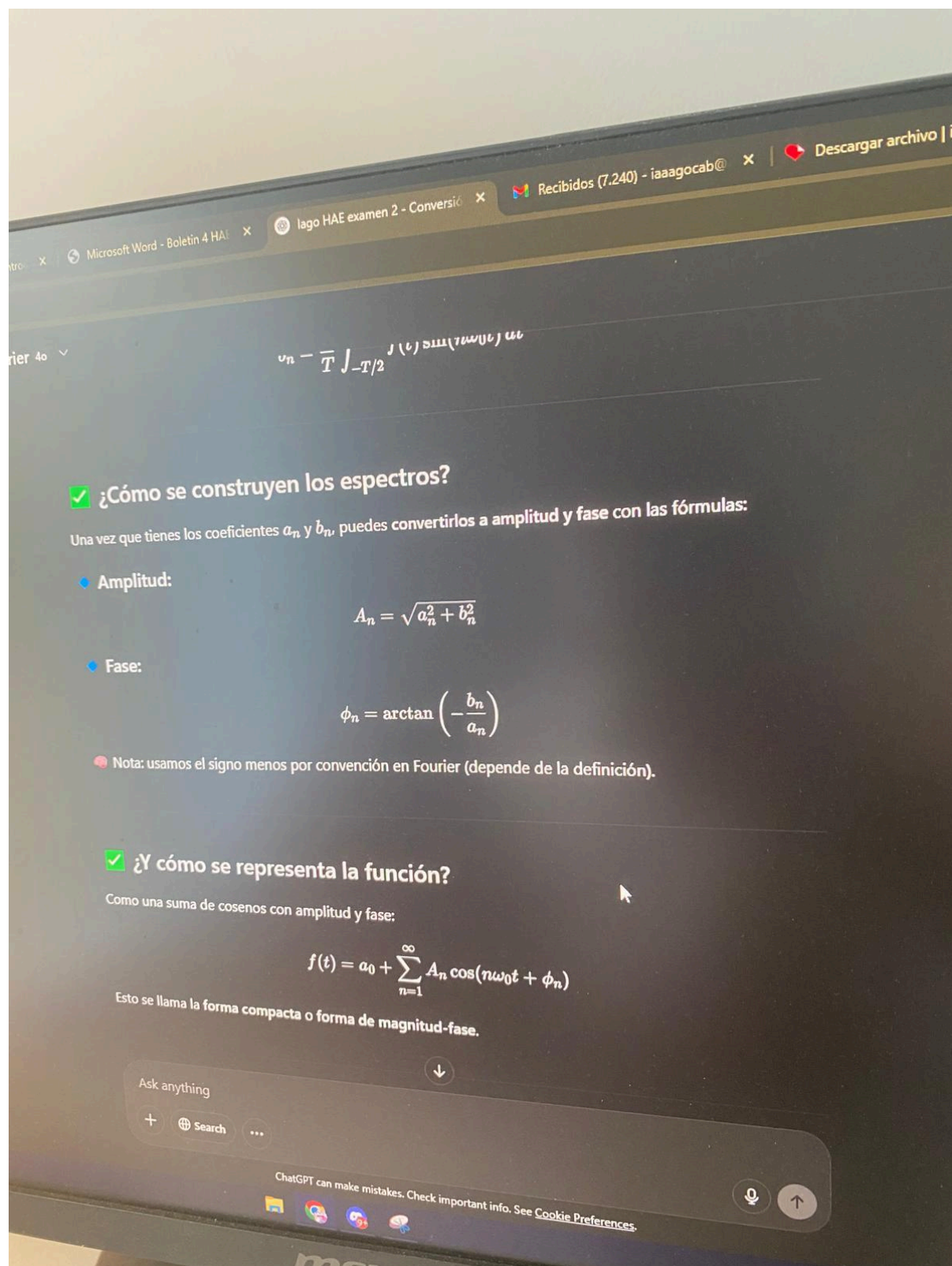
Search



ChatGPT can make mistakes. Check important info. See [Cookie Preferences](#).



msi



Ejercicio 10 HAE 2025

- La salida es también una sinusoidal de la misma frecuencia, pero con:
 - Amplitud escalada por el módulo de $H(\omega_0)$
 - Fase desplazada por el argumento de $H(\omega_0)$
- Fórmula de salida:

$$y(t) = |H(\omega_0)|A \cos(\omega_0 t + \theta + \arg(H(\omega_0)))$$

2. Calcular $H(\omega)$ para un filtro RC pasa bajos

- Respuesta en frecuencia:

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

- Módulo:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

- Fase:

$$\arg(H(\omega)) = -\arctan(\omega RC)$$

3. Procedimiento para resolver ejercicios tipo:

Paso 1: Identificar la frecuencia angular ω de la entrada

Ejemplo:

Ask anything

+ Tools



ChatGPT can make mistakes. Check important info. See [Cookie Preferences](#).



msi