Universidade Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Grao en Enxeñaría Informática
Campus de Ourense
E-32004 Ourense

Tel. 988 368 766
cotos@uvigo.es

**Boletín de Variables Aleatorias**

Estatística. 2º Curso

# 1 Ejercicios de variables aleatorias Discretas

1. Sea $Y$ una variable aleatoria discreta que representa el premio en euros recibido al participar en un determinado juego de azar. Su masa de probabilidad viene dada en la siguiente tabla:

| $y_i$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $P(Y=y_i)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |

   (a) $P(Y=1.5)$, $P(0.25<Y\leq 2)$, $P(Y>0.1/Y<2)$

   (b) Calcula la media, varianza, moda y mediana de $Y$. Interpreta los valores en función del significado de la variable.

   (c) Calcular la nueva variable aleatoria $Z = \mathit{Ganancia}$ si cada participación en el juego cuesta 1.5 euro . Calcular la media, varianza, moda y mediana de $Z$.

   (d) Si te piden un euro y medio por participar, ¿estarías dispuesto a hacerlo? Justifica la respuesta.

   (e) Se añade un nuevo valor a la variable Y, $P\left(Y=10^6\right) = \epsilon$, modificándose entonces la $P\left(Y=2\right)=\frac{1}{4}-\epsilon$. Encontrar el valor de $\epsilon$ para que el valor medio sea 1.001.

2. Sea una v.a. $X$ con función de distribución dada por $F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ 1/4 & \text{si } 0\leq x<1 \\ 2/4 & \text{si } 1\leq x<2 \\ 3/4 & \text{si } 2\leq x<3 \\ 1 & \text{si } x\geq 3 \end{cases}$ Calcula la función de masa de probabilidad de $X$ y las siguientes probabilidades: $P(X=1.7)$, $P(X=2)$ y $P(1.2<X<3)$.

3. Una urna contiene 3 bolas rojas, 4 bolas negras y 5 blancas. Se extraen sin reemplazamiento 3 bolas. Calcula la distribución de probabilidad, función de distribución, media y desviación típica de la variable aleatoria R='número de bolas rojas extraídas'.

4. Dada la función de probabilidad $P(x)=P(X=x)=kx^2$ con $x=1,2,3,4$, determina el valor de $k$, la media y la varianza.

# 2 Ejercicios de variables aleatorias continuas

5. Dada la función de distribución $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ \frac{x}{2}, & 0\leq x\leq 2 \\ 1, & 2\leq x \end{cases}$

   a) Haz su representación gráfica.

   b) Calcula su función de densidad y represéntala gráficamente.

   c) Calcula $P(X<-1)$, $P(X>1)$, $P(X\geq 0.3)$, $P(0.2\leq X<1)$ y $P(X<1/X\geq 0.3)$.

Universida de Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Grao en Enxeñaría Informática
Campus de Ourense
E-32004 Ourense

Tel. 988 368 766
cotos@uvigo.es

6. Dada la función de densidad, $f(x) = k(2-x)$ si $0 \leq x \leq 2$, calcula:

   a) El valor de $k$, la media, la moda y la función de distribución.

   b) La probabilidad de que la variable tome valores entre 0.2 y 1.

   c) Si sabemos que nuestra variable ha tomado un valor superior a 0.2, ¿cuál es la probabilidad de que dicho valor sea inferior a 1?

7. Una gasolinera recibe carburante una vez por semana. Su volumen semanal de ventas en millares de hectolitros se distribuye según: $f(x) = k(1-x)^9$ si $0 < x < 1$. Determina cuál debe ser la capacidad del depósito para que la probabilidad de que el carburante se agote sea de 0.01.

8. El tiempo de adelanto/retraso, medido en minutos, del AVE Sevilla-Madrid sigue una variable aleatoria continua con función de distribución

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ k(x+1) + \frac{x^2-1}{2}, & -1 < x \leq 0 \\ k(x+1) - \frac{x^2+1}{2}, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

   a) Calcula el valor de k.

   b) Calcula la probabilidad de que el tren llegue con menos de medio minuto de retraso.

   c) Calcula la probabilidad de que el tren llegue antes de la hora prevista.

   d) Calcula el tiempo esperado de retraso.

   e) Calcula la probabilidad de que el tren llegue entre medio minuto de adelanto y un minuto de retraso.

   f) Sabiendo que el tren ha llegado con retraso, calcula la probabilidad de que lo haya hecho menos de 15 segundos después de lo previsto.

9. Una variable aleatoria $X$ tiene función de densidad $f(x) = kx$ si $0 < x < 1$, $f(x) = x - 1$ si $1 < x < 2$ y $f(x) = 0$ en otro caso. Halla la constante $k$, la función de distribución y $Var(2X+1)$.

10. Sea $X$ una v.a. con función de densidad $f(x) = \frac{8x}{15}$, si $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$. Calcula:

    a) La función de distribución de $X$.

    b) La distribución de la variable $Y = \frac{1}{2}(4 - X)$.

    c) $P(E(X) - 2\sigma(X) \leq X \leq E(X) + 2\sigma(X))$.

    d) La probabilidad anterior usando la desigualdad de Tchebychev. Compara los resultados.